MATHÉMATIQUES – LIAISON *Première → Terminale*

Lycée Notre Dame des Minimes – Rentrée 2025

TRAVAIL DE MATHEMATIQUES POUR LES VACANCES

AVANT-PROPOS à lire avant de vous mettre au travail !

Ce livret d'exercices a été réalisé pour vous permettre d'entretenir, mais aussi de consolider voire ... d'acquérir si besoin est, les connaissances et savoir-faire indispensables ***pour bien vous préparer aux exigences des programmes de mathématiques proposés en TERMINALE, aussi bien en Spécialité mathématiques si vous la poursuivez qu'en option mathématiques complémentaires****.*
Ce livret commence par des QCM dont l'objectif est de vous permettre de cibler vos lacunes et déterminer les parties du cours de spécialité première que vous devez réviser AVANT de vous attaquer aux autres exercices, qui sont plus approfondis*.* ***Les réponses aux QCM sont données aux pages 11 et 12 du livret pour vous permettre de faire une auto-évaluation immédiate. Les autres exercices sont ensuite classés par thèmes et par niveau de difficulté ... Vous aurez le corrigé de tous ces exercices à la rentrée.***

Une grande partie de la première évaluation (en septembre 2025) faite en Terminale en "SPECIALITE MATHEMATIQUES" portera sur les savoir-faire contenus dans ce livret.

Il est recommandé de travailler avec méthode, c'est-à-dire de suivre la procédure suivante avant d'aborder un thème, en totalité ou partiellement (si vous voulez en fractionner le traitement) :

1. Avant de vous lancer dans la recherche des exercices, reprendre vos cours de l'année scolaire écoulée, en refaire l'étude et retravailler les exemples d'application, comme si vous prépariez une évaluation ;

2. Les exercices ne sont pas tous faciles, et certaines questions vous demanderont de la réflexion. C'est normal, vous devrez être capable de chercher et de mobiliser votre potentiel toute l'année scolaire, surtout si vous êtes en spécialité mathématiques (avec ou sans l'option "mathématiques expertes") ...

3. Enfin, ce livret vous est proposé parce qu'il nous a semblé nécessaire de vous inviter à ne pas rester pendant près de trois mois sans travailler vos mathématiques ! ... Ce serait très pénalisant pour vous et vous risqueriez de vous retrouver en difficulté en Terminale, même si vous avez bien travaillé en Première.
Il semble donc évident qu'il faut planifier votre travail sur au moins trois semaines (voire quatre, tout dépend en fait de votre niveau actuel), et ne pas attendre le ... 23 août par exemple pour vous mettre à travailler avec ce livret.

Passez de bonnes vacances, puis reprenez progressivement grâce à ce livret !

Pour l'équipe pédagogique de mathématiques de Première et de Terminale,

L'équipe de MATHS.

OBJECTIF N°1 :

Q.C.M. (Questions à Choix Multiples) Extraits de sujets de baccalauréat Spécialité Fin de Première

Pour chaque sujet, les consignes rédigées ci-dessous sont toujours les mêmes :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Les **cinq** questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. **Aucune justification n'est demandée**. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

SUJET 1

Question 1

(u_n) est la suite arithmétique telle que $u_4 = 3$ et $u_{10} = 18$. On peut affirmer que :

a) $u_0 = 7$	**b)** $u_7 = 20{,}5$	**c)** $u_{12} = 23$	**d)** $u_{14} = -28$

Question 2

$2 + 3 + 4 + \cdots + 999 + 1000$ est égal à :

a) 500 500	**b)** 498 999	**c)** 499 000	**d)** 500 499

Question 3

(v_n) est la suite géométrique de raison 0,3 telle que $v_0 = -3$. On conjecture que la suite (v_n) a pour limite :

a) 0	**b)** $+\infty$	**c)** $-\infty$	**d)** -3

Question 4

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2(x+2)^2 - 3$. On peut affirmer qu'elle est :

a) décroissante sur $]-\infty\,;\,+\infty[$	**b)** décroissante sur $]-2\,;\,+\infty[$	**c)** croissante sur $]-\infty\,;2[$	**d)** décroissante sur $]-3\,;\,+\infty[$

Question 5

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 5x + 6 < 0$ est

a) $]-\infty;2[\,\cup\,]3;+\infty[$	**b)** $]-\infty;-1[\,\cup\,]6;+\infty[$	**c)** $]2\,;3[$	**d)** $]-1\,;\,6[$

SUJET 2

QUESTION 1 :

Dans un repère orthonormé, un vecteur normal à la droite d'équation $4x + 5y - 32 = 0$ est le vecteur :

a) $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$ b) $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$ c) $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$ d) $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$

QUESTION 2 :

Dans un repère orthonormé, le projeté orthogonal du point $A(7\,;9)$ sur la droite d'équation $4x + 5y - 32 = 0$ est le point :

a) $H(7\,;0{,}8)$ b) $H(3\,;4)$ c) $H(4\,;3{,}2)$ d) $H(4\,;5)$

QUESTION 3 :

Dans un repère orthonormé, une équation du cercle de centre $A(-1\,;3)$ et de rayon 2 est :

a) $x^2 - 1 + y^2 = 2^2$

b) $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 2$

c) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2^2$

d) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2^2$

QUESTION 4 :

Dans un repère orthonormé, la parabole d'équation $y = 3x^2 - 9x + 5$ a pour sommet le point S et pour axe de symétrie la droite Δ. Les coordonnées de S et l'équation de Δ sont :

a) $S\left(\frac{3}{2}\,;\,\frac{-7}{4}\right)$ et $\Delta : x = \frac{3}{2}$

b) $S\left(\frac{3}{2}\,;\,\frac{-7}{4}\right)$ et $\Delta : y = \frac{-7}{4}$

c) $S(3\,;5)$ et $\Delta : x = 3$

d) $S(3\,;5)$ et $\Delta : y = 5$

QUESTION 5 :

On considère l'inéquation $-3x^2 + 9x - 5 > 0$. L'ensemble S des solutions de cette inéquation est ($x_1$et x_2 sont deux réels tels que $x_1 < x_2$ pour les propositions b) et d)) :

a) $\emptyset$

b) de la forme $]-\infty\,;\,x_1\,[\,\cup\,]\,x_2\,;\,+\infty\,[$

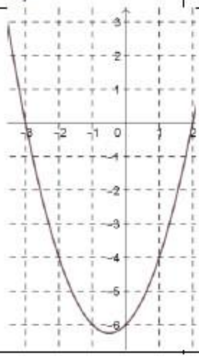
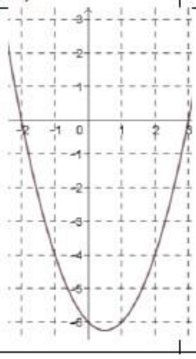
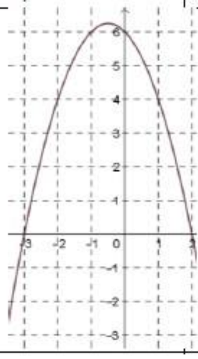
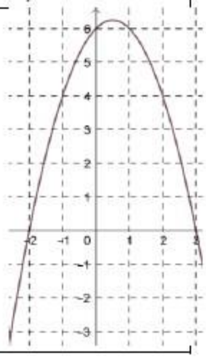
c) $\mathbb{R}$

d) de la forme $]\,x_1\,;\,x_2\,[$

SUJET 3

Question 1

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - x + 6$. On admet que l'une des quatre courbes ci-dessous représente la fonction f. Laquelle ?

a)	b)	c)	d)
			

Question 2

On pose pour tout réel x : $A(x) = \mathrm{e}^{2x}$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

a) $A(x) = 2\mathrm{e}^{x}$	b) $A(x) = \mathrm{e}^{x^2}$
c) $A(x) = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2}$	d) $A(x) = (\mathrm{e}^{x})^2$

Question 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Les droites d'équations $2x + y + 1 = 0$ et $3x - 2y + 5 = 0$

a) sont sécantes en $A(1\,;1)$.	**b)** sont sécantes en $B(1\,;-1)$.
c) sont sécantes en $C(-1\,;1)$.	**d)** ne sont pas sécantes.

Question 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Les droites d'équations $x + 3y - 5 = 0$ et $3x - y + 6 = 0$ sont :

a) perpendiculaires.	b) sécantes non perpendiculaires.
c) parallèles.	d) confondues.

Question 5

On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def suite(n) :
  u=2
  k=0
  while k<n :
    u=u+k
    k=k+1
  return u
```

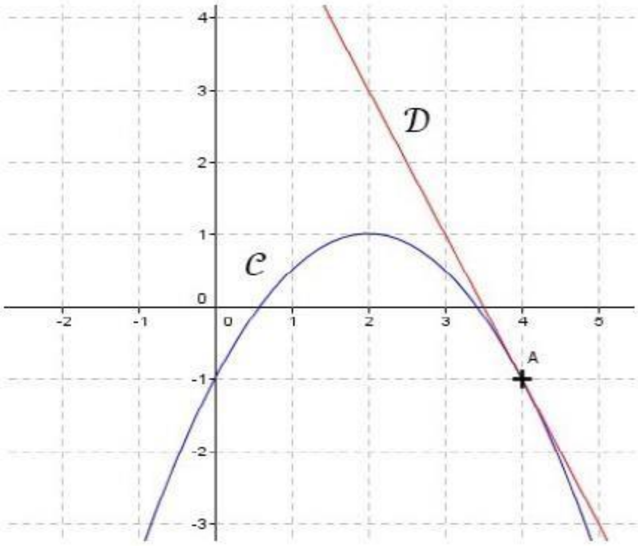
Quelle valeur renvoie l'appel suite(5) ?

a) 5	b) 8
c) 12	d) 17

SUJET 4

Question 1.

Sur la figure ci-dessous, nous avons tracé dans un repère orthonormé la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 4. Cette tangente est représentée par la droite $\mathcal{D}$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.



Le réel $f'(4)$ est égal à :

a) -1	b) -2	c) 7	d) 1

Question 2.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$. On admet que f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 est :

a) $y = -1$	b) $y = -x$	c) $y = -x + 1$	d) $y = x$

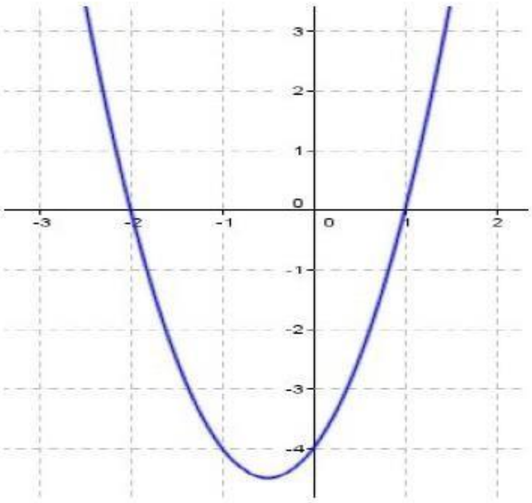
Question 3.

Pour tout réel x, $\frac{e^x \times e^{-3x}}{e^{-x}}$ est égal à :

a) e^{-x}	b) e^{3x}	c) e^{-3x}	d) e^x

Question 4.

Soit f une fonction polynôme du second degré dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est donnée ci-dessous.



Pour tout réel x, une expression de $f(x)$ est :

a) $f(x) = x^2 + x - 2$	b) $f(x) = -x^2 - 4$	c) $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$	d) $f(x) = -3x^2 - 3x + 6$

Question 5.

L'ensemble S des solutions de l'inéquation d'inconnue $x \in \mathbb{R}$: $-x^2 - 2x + 8 > 0$ est :

a) $S = [-4; 2]$	b) $S =]-4; 2[$	c) $S =]-\infty; -4] \cup]2; +\infty[$	d) $S = \{-4; 2\}$

SUJET 5

Question 1 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M de coordonnées (x, y) vérifiant : $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$ est :

a) un cercle	b) une droite	c) une parabole	d) l'ensemble vide

Question 2 :
Combien y-a-t-il de fonctions polynômes du second degré qui s'annulent en 1 et en 3 ?

a) 0	b) 1 seule	c) 2	d) une infinité

Question 3 :
Une fonction polynôme du second degré :

a) est nécessairement de signe constant sur **R**	b) n'est jamais de signe constant sur **R**	c) est nécessairement positive sur **R**	d) peut être ou non de signe constant sur **R**

Question 4 :
Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{2x+1} =$

a) $\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}$	b) $\mathrm{e}^{2x} \times \mathrm{e}$	c) $(\mathrm{e}^{x+1})^2$	d) $(2x+1) \times \mathrm{e}$

Question 5 :
Dans un repère orthonormé, la droite *d* d'équation cartésienne $2x - 5y - 4 = 0$

a) coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0\,;-4)$	b) passe par le point de coordonnées $(2\,;\ 0{,}2)$	c) admet $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal	d) admet $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur

SUJET 6

Question 1. Pour tout réel x, $\frac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{x+1}}$ est égale à :

a) e^{x-1}	b) e^{3x+1}	c) $\frac{2x}{x+1}$	d) e

Question 2. Dans le plan muni d'un repère, les courbes représentatives des fonctions $x \longmapsto 15x^2 + 10x - 1$ et $x \longmapsto 19x^2 - 22x + 10$ ont :

a) aucun point d'intersection	b) un seul point d'intersection	c) deux points d'intersection	d) quatre points d'intersection

Question 3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Le cercle de centre A de coordonnées $(3\,;\ -1)$ et de rayon 5 a pour équation cartésienne :

a) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$	b) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$
c) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$	d) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$

Question 4. Dans un repère orthonormé, la droite d d'équation cartésienne $3x + 2y + 4 = 0$ admet un vecteur normal de coordonnées :

a) $\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$	b) $\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$	c) $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$	d) $\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

Question 5. Le plus petit entier naturel n tel que la somme $1+2+3+4+\cdots+n$ soit supérieure à 5000 est égal à :

a) 1000	b) 500	c) 200	d) 100

SUJET 7

Question 1

Soit ABC un triangle tel que $AB=6$, $AC=3$ et $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{3}$.

a. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=9$

b. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=18$

c. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=9\sqrt{3}$

d. les données sont insuffisantes pour calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

Question 2

Soit f une fonction telle que, pour tout nombre réel h non nul,

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=h^2+3h-1.$$

Alors $f'(1)$ est égal à :

a. h^2+3h-1

b. -1

c. 3

d. les données sont insuffisantes pour déterminer $f'(1)$

Question 3

Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x)=(x+2)\mathrm{e}^x$.

Alors, la fonction f' dérivée de f est donnée sur **R** par :

a. $f'(x)=\mathrm{e}^x$

b. $f'(x)=(x+3)\mathrm{e}^x$

c. $f'(x)=(-x-1)\mathrm{e}^x$

d. $f'(x)=\frac{(-x-1)\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}}$

Question 4

On considère une fonction f polynôme du second degré dont le tableau de signes est donné ci-après :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Une expression de f(x) peut être :

a) $2x^2+5x-2$	b) $-x^2+1$	c) $-x^2+x+2$	d) x^2+x-2

Question 5

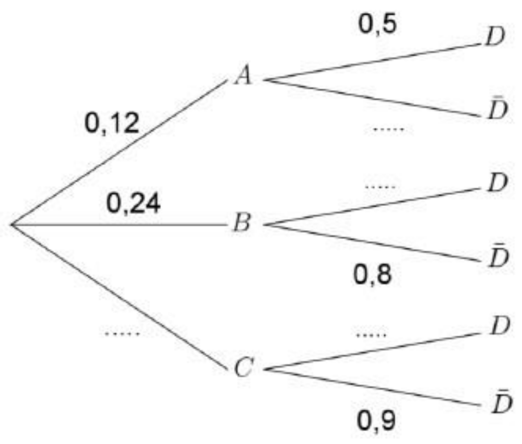
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x\mathrm{e}^x$.

Alors la fonction dérivée de f, notée f' est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a) $f'(x)=\mathrm{e}^x$	b) $f'(x)=(x+1)\mathrm{e}^x$	c) $f'(x)=\mathrm{e}$	d) $f'(x)=x^2\mathrm{e}^x$

SUJET 8

1. L'arbre pondéré ci-dessous représente une situation où A, B, C et D sont des évènements d'une expérience aléatoire :



La probabilité de l'évènement D est égale à :

a) 0,06	b) 0,8	c) 0,5	d) 0,172

2 Le plan est rapporté à un repère orthonormé. L'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ telles que $x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12$ est

a. le point de coordonnées $(5; 1)$
b. le cercle de centre A$(2; -3)$ et de rayon $\sqrt{12}$
c. le cercle de centre A$(2; -3)$ et de rayon 5
d. le cercle de centre B$(-2; 3)$ et de rayon 5

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé. La droite passant par le point $A(0\,; -7)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ a pour équation

a. $2x - 5y - 35 = 0$
b. $2x - 5y + 35 = 0$
c. $-5x - 2y + 14 = 0$
d. $5x + 2y + 14 = 0$

4. Dans un repère orthonormé, l'équation du cercle de centre A (-2 ; -4) et de rayon 2 est :

a) $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 16 = 0$	b) $x^2 + 4x + y^2 + 8y + 16 = 0$
c) $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 18 = 0$	d) $x^2 + 4x + y^2 + 8y + 18 = 0$

5. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 1$ et pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = u_n + 2n - 3$

a) $u_1 = 0$	b) (u_n) est arithmétique	c) $u_3 = -2$	d) (u_n) est décroissante

SUJET 9

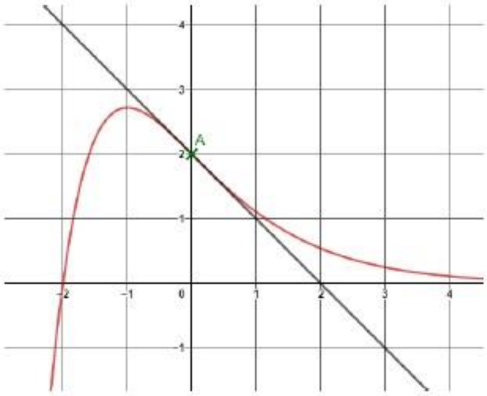
Question 1

EFG est un triangle tel que $\mathrm{EF} = 8$, $\mathrm{FG} = 5$ et $\widehat{\mathrm{EFG}} = \frac{3\pi}{4}$. Alors $\overrightarrow{\mathrm{FE}}.\overrightarrow{\mathrm{FG}}$ est égal à :

a) $20\sqrt{2}$	b) $-20\sqrt{2}$	c) $20\sqrt{3}$	d) $-20\sqrt{3}$

Question 2

Dans un repère orthonormé, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f et sa tangente au point A d'abscisse 0.



On note $f\,'$ la dérivée de la fonction f. On a :

a) $f\,'(0) = 2$	b) $f\,'(0) = -1$	c) $f\,'(2) = -1$	d) $f\,'(-2) = 0$

Question 3

On considère la loi de probabilité de la variable aléatoire X donnée par le tableau ci-dessous :

k	-5	0	10	20	50
$P(\mathrm{X} = k)$	0,71	0,03	0,01	0,05	0,2

L'espérance de X est :

a) 15	b) 0,2	c) 7,55	d) 17

Question 4

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = -2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 5$.

Un algorithme permettant de calculer la somme $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{36}$ est :

a)

```
U=-2
S=0
Pour i de 1 à 37
    U ←2U-5
    S ← S+U
Fin Pour
```

b)

```
U=-2
S=0
Pour i de 1 à 36
    U ←2U-5
    S ← S+U
Fin Pour
```

c)

```
U=-2
S=-2
Pour i de 1 à 37
    S ← S+U
    U ←2U-5
Fin Pour
```

d)

```
U=-2
S=-2
Pour i de 1 à 36
    U ←2U-5
    S ← S+U
Fin Pour
```

Question 5

La suite (U_n) définie par $U_0 = -2$ et $U_{n+1} = 2U_n - 5$ est :

a) arithmétique mais pas géométrique	b) géométrique mais pas arithmétique	c) ni arithmétique, ni géométrique	d) à la fois arithmétique et géométrique

SUJET 10

Question 1 On considère la variable aléatoire X qui prend les valeurs x_i pour i entier naturel allant de 1 à 5. La loi de probabilité incomplète de la variable aléatoire X est donnée ci-dessous :

$X = x_i$	-6	-3	0	3	x_5
$P(X = x_i)$	0,2	0,1	0,2	0,4	0,1

L'espérance de la variable aléatoire X est égale à 0,7.

Quelle est la valeur x_5 prise par la variable aléatoire X ?

A) 6   B) 1   C) 10   D) 100

Question 2

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 3, \|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u}.\vec{v} = -1$ alors $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$ est égal à :

a. 11	**b.** 13	**c.** 15	**d.** 25

Question 3

Soient A et B deux événements d'un univers tels que $P_A(B) = 0{,}2$ et $P(A) = 0{,}5$.
Alors la probabilité $P(A \cap B)$ est égale à :

a. 0,4	**b.** 0,1	**c.** 0,25	**d.** 0,7

Question 4

La somme $1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10}$ est égale à :

a) 2 441 406	b) 271	c) 5^{55}	d) 12 207 031

Question 5

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = (2x - 5)^3$.
Une expression de la dérivée de f est :

a. $3(2x - 5)^2$	b. $6(2x - 5)^2$	c. $2(2x - 5)^2$	d. 2^3

OBJECTIF N°1 :

LES REPONSES et quelques indications pour une autocorrection efficace

SUJET 1

Question 1 : réponse c ... $u_{12} = 23$ car la raison est $r = 2{,}5$. Utiliser dans le cours : $u_n = u_p + (n-p)r$.

Question 2 : réponse d ... Somme de 999 termes consécutifs d'une suite arithmétique : $999 \times \frac{2+1000}{2}$.

Question 3 : réponse a ... Raison : $q = 0{,}3$ et $0 < q < 1$ donc limite égale à 0 (limite suite géométrique).

Question 4 : réponse b ... Forme canonique d'une fonction de degré 2 : $a < 0$ et $\alpha = -2$ (Voir cours).

Question 5 : réponse c ... Inéquation de degré 2. On a $\Delta = 1$ et trinôme négatif entre les racines 2 et 3.

SUJET 2

Question 1 : réponse c ... Equation de la forme $ax + by + c = 0$ et vecteur normal $\vec{n}\binom{a}{b}$ ... voir le cours.

Question 2 : réponse b ... Les coordonnées de H doivent vérifier l'équation de droite **et** $\overrightarrow{AH}$ vecteur normal.

Question 3 : réponse c ... Reconnaitre la forme $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$ cercle de centre A et rayon r.

Question 4 : réponse a ... Cours sur une parabole : $\alpha = \frac{3}{2}$ et axe de symétrie $x = \frac{3}{2}$ ...

Question 5 : réponse d ... Inéquation de degré 2. On a $\Delta = 21$ et trinôme positif entre les racines x_1 et x_2.

SUJET 3

Question 1 : réponse c ... Fonction polynôme de degré 2 : $a = -1$ donc $a < 0$. Maximum en $\alpha = -\frac{1}{2}$.

Question 2 : réponse d ... Propriété de la fonction exponentielle ... $(e^x)^2 = e^x \times e^x = e^{x+x} = e^{2x}$.

Question 3 : réponse c ... Poser et résoudre correctement le système $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ 3x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$. On a : $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Question 4 : réponse a ... Vecteurs normaux $\vec{n_1}\binom{1}{3}$ et $\vec{n_2}\binom{3}{-1}$ orthogonaux car $1 \times 3 + 3 \times (-1) = 0$.

Question 5 : réponse c ... Faire tourner l'algo avec $n = 5$. Il y a 5 tours, dernier calcul avec $u = 8$; $k = 4$.

SUJET 4

Question 1 : réponse b ... $f'(4)$ est égal au coefficient directeur de la tangente $\mathcal{D}$ en A à $\mathcal{C}$: $\frac{-1-3}{4-2}$ par ex.

Question 2 : réponse c ... Equation $y = f'(1)(x-1) + f(1)$; $f'(x) = 3x^2 - 4x$. Calculer $f'(1)$; $f(1)$.

Question 3 : réponse a ... Propriétés fonction exponentielle : $\frac{e^x \times e^{-3x}}{e^{-x}} = e^{x-3x} \times e^x = e^{-2x+x} = e^{-x}$.

Question 4 : réponse c ... Voir que $f(0) = -4$: Il ne reste que b) ou c). Enfin $\alpha = -\frac{1}{2}$ donc réponse c.

Question 5 : réponse b ... Inéquation de degré 2. On a $\Delta = 36$ et trinôme positif entre les racines -4 et 2.

SUJET 5

Question 1 : réponse a ... Forme $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$ donc cercle de centre A$(-1\,;1)$ et rayon 3.

Question 2 : réponse d ... Forme factorisée $a(x-1)(x-3)$ et une fonction par valeur du réel a : infinité.

Question 3 : réponse d ... Seulement si $\Delta < 0$, un polynôme de degré 2 est de signe constant (voir cours).

Question 4 : réponse b ... Propriété fondamentale de fonction exponentielle : $e^{2x+1} = e^{2x} \times e^1 = e^{2x} \times e$.

Question 5 : réponse c ... Equation de la forme $ax + by + c = 0$ et vecteur normal $\vec{n}\binom{a}{b}$ ... voir le cours.

SUJET 6

Question 1 : **réponse a** ... Propriétés fonction exponentielle : $\frac{e^{2x}}{e^{x+1}} = e^{2x} \times e^{-(x+1)} = e^{2x-x-1} = e^{x-1}$.

Question 2 : **réponse c** ... On a $\begin{cases} y = 15x^2 + 10x - 1 \\ y = 19x^2 - 22x + 10 \end{cases}$ donc $\begin{cases} y = 15x^2 + 10x - 1 \\ -4x^2 + 32x - 11 = 0 \end{cases}$ $\Delta = 848$ ... donc deux couples $(x\,;y)$ solutions et donc deux points d'intersections ...

Question 3 : **réponse d** ... Cercle : centre $A(3\,;-1)$ et rayon 5 donc forme $(x-3)^2 + \big(y-(-1)\big)^2 = 5^2$.

Question 4 : **réponse c** ... Equation de la forme $ax + by + c = 0$ et vecteur normal $\vec{n}\binom{a}{b}$ ... voir le cours.

Question 5 : **réponse d** ... Somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique : $n \times \frac{1+n}{2} = \frac{n^2+n}{2}$ puis $\frac{n^2+n}{2} \geq 5000$ donc $n^2 + n - 10\,000 \geq 0$ ... $\Delta = 40\,001$ ... $n \geq 99{,}5$ ...

SUJET 7

Question 1 : **réponse a** ... Définition du produit scalaire : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\widehat{BAC}$ ... et $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

Question 2 : **réponse b** ... Nombre dérivé : limite du taux d'accroissement de f de 1 à $1+h$ quand $h \to 0$.

Question 3 : **réponse b** ... Forme uv avec $u(x) = x + 2$; $v(x) = e^x$ donc $f'(x) = 1 \times e^x + (x+2)e^x$ ...

Question 4 : **réponse c** ... Forme $ax^2 + bx + c$ avec $a < 0$ et deux racines égales à -1 et 2 ... réponse c !

Question 5 : **réponse b** ... Forme uv avec $u(x) = x$; $v(x) = e^x$ donc $f'(x) = 1 \times e^x + xe^x$ ...

SUJET 8

Question 1 : **réponse d** ... D'après l'arbre : $P(D) = 0{,}12 \times 0{,}5 + 0{,}24(1 - 0{,}8) + (1 - 0{,}12 - 0{,}24)(1 - 0{,}9)$

Question 2 : **réponse c** ... $x^2 - 4x + y^2 + 6y = 12 \iff (x-2)^2 + (y+3)^2 - 2^2 - 3^2 = 12$
$\iff (x-2)^2 + \big(y - (-3)\big)^2 = 25$ et $25 = 5^2$...

Question 3 : **réponse a** ... Equation : $2x - 5y + c = 0$ et $c = -2x_A + 5y_A = -2 \times 0 + 5 \times (-7) = -35$.

Question 4 : **réponse b** ... Equation : $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 2^2 \iff x^2 + 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = 4$ ...

Question 5 : **réponse c** ... $u_1 = u_0 + 2 \times 0 - 3 = -2$; $u_2 = u_1 + 2 \times 1 - 3 = -3$; $u_3 = u_2 + 2 \times 2 - 3 = -2$.

SUJET 9

Question 1 : **réponse b** ... Définition du produit scalaire $\overrightarrow{FE}.\overrightarrow{FG} = EF \times FG \times \cos\widehat{EFG}$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Question 2 : **réponse b** ... $f'(0)$ est égal au coefficient directeur de la tangente en A à $\mathcal{C}$: $\frac{1-2}{1-0}$ par ex.

Question 3 : **réponse c** ... Espérance $E(X) = -5 \times 0{,}71 + 0 \times 0{,}03 + 10 \times 0{,}01 + 20 \times 0{,}05 + 50 \times 0{,}2$

Question 4 : **réponse d** ... Pour chaque tour de boucle, on calcule le terme U_i jusqu'à U_{36} et on l'ajoute à la somme S, donc il faut initialiser $S = U = -2$, car au départ on a $S = U_0$.

Question 5 : **réponse c** ... La suite n'est ni arithmétique ni géométrique, voir le cours ... On parle de suite "arithmético-géométrique" mais elle ne peut pas être à la fois les deux !!!

SUJET 10

Question 1 : **réponse c** ... On pose : $-6 \times 0{,}2 + (-3) \times 0{,}1 + 0 \times 0{,}2 + 3 \times 0{,}4 + x_5 \times 0{,}1 = 0{,}7$ donc on a : $0{,}1x_5 - 0{,}3 = 0{,}7$ donc $x_5 = 10$.

Question 2 : **réponse a** ... On a : $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = (\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + \vec{v}^2 + 2\,\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2\,\vec{u}.\vec{v}$ ...

Question 3 : **réponse b** ... D'après le cours : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}5 \times 0{,}2$ ...

Question 4 : **réponse d** ... Somme de 11 termes consécutifs d'une suite géométrique de premier terme égal à 1 et de raison 5, donc : $1 \times \frac{1-5^{11}}{1-5} = 12\,207\,031$.

Question 5 : **réponse b** ... f de la forme $f(x) = g(ax+b)$ où g est la fonction cube ; $a = 2$ et $b = -5$.
On a : $f'(x) = ag'(ax+b)$ donc $f'(x) = 2 \times 3(2x-5)^2 = 6(2x-5)^2$.

OBJECTIF N°2 :
RECHERCHE D'EXERCICES PAR THEME

Thème 1 : Algèbre et analyse (Suites numériques et fonctions).

Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{-2\,u_n + 1} \end{cases}.$$

On définit aussi la suite (v_n), pour tout entier naturel n, par : $v_n = \dfrac{2}{u_n}$.

1. a. Calculer u_1 ; u_2 ; u_3 et en déduire v_1 ; v_2 ; v_3.

b. Conjecturer la nature de la suite (v_n).

c. Conjecturer le sens de variation et la limite de la suite (u_n).

2. a. Démontrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

b. Démontrer votre conjecture établie à la question **1.b.** sur la nature de la suite (v_n).

c. Exprimer v_n en fonction de n, et en déduire que :

$$\forall\, n \in \mathbb{N},\quad u_n = \frac{-1}{2n+1}.$$

3. On considère la fonction f dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ et définie sur cet intervalle par :

$$f(x) = \frac{-1}{2x+1}.$$

a. Justifier que, pour tout réel $x \in [0\,;\,+\infty[$, on a $f(x) < 0$.

b. Déterminer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

c. Expliquer pourquoi les conjectures établies à la question **1.c.**, sur le sens de variation et la limite de la suite (u_n), sont vraies.

Exercice 2

Soit la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = u_n + 2n + 2 \text{ pour tout entier naturel } n.$$

1. Vérifier que $u_1 = 2$ et que $u_2 = 6$, puis calculer u_3 .

2. Chacune des quatre propositions est-elle vraie ou fausse ? Justifier les réponses.

Proposition 1 : "La suite (u_n) est arithmétique".

Proposition 2 : "La suite (u_n) est strictement croissante sur $\mathbb{N}$".

Proposition 3 : "Il existe au moins une valeur de n pour laquelle $u_n = n^2 + 1$".

Proposition 4 : "Pour tout entier naturel n, on a $u_n = n^2 + 1$".

3. On considère **l'algorithme ci-contre** :

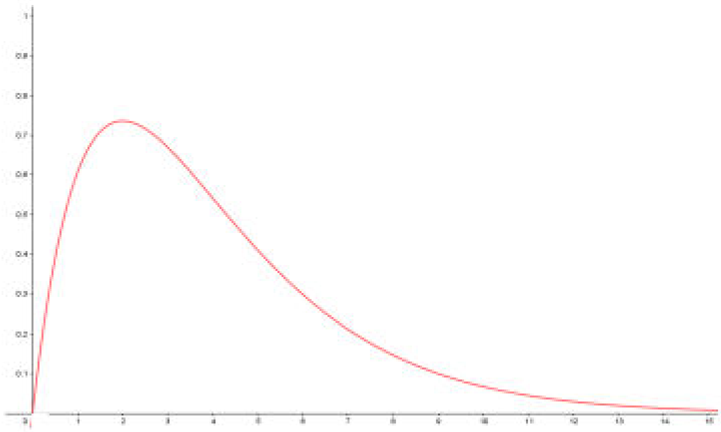
a. Qu'affichera cet algorithme si on saisit N = 3 ?
Obtient-on les valeurs des quatre premiers termes de la suite (u_n) ?

b. Modifier cet algorithme de manière à obtenir l'affichage des N + 1 premiers termes de la suite (u_n).

```
N ← ?
P ← 0
Pour K allant de 0 à N
    P ← P + K
    Afficher P
Fin Pour
```

Exercice 3

La concentration d'un médicament dans le sang en mg.L^{-1} au cours du temps t, exprimé en heure, est modélisée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(t) = te^{-0,5t}$ dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. Calculer la valeur exacte de $f(4)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. On note f' la fonction dérivée de f.
   Montrer que pour tout $t \in [0; +\infty[$, $f'(t) = (1 - 0,5t)e^{-0,5t}$.
3. Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0; +\infty[$.
4. Déduire de la question précédente le tableau de variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
5. Quelle est la concentration maximale du médicament dans le sang ? On donnera la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice 4

1. On considère la fonction g dérivable sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$ et définie sur cet intervalle par :

$$g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}.$$

a. Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur $[0\,;\ +\infty[$.

b. Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$.

2. On considère la fonction f dérivable sur $[0\,;\ +\infty[$ et définie sur cet intervalle par :

$$f(x) = x + 3 - xe^{2x}.$$

Etudier les variations de la fonction f sur $[0\,;\ +\infty[$.

Thème 2 : Produit scalaire et géométrie plane en repère orthonormé.

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath})$, on considère les points $A(4\,;-1)$, $B(3\,;4)$ et $C(-1\,;\,1)$.

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
2. **a.** Soit D le projeté orthogonal du point C sur la droite (AB), justifier que
   $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

   b. En déduire la longueur AD.
3. Déterminer la hauteur du triangle ABC issue de C.
4. Calculer l'aire du triangle ABC.

Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points $A(-4; 10)$, $B(8; 16)$, $C(8; -2)$, H(2 ;10) et K(5 ;7). (Voir figure ci-dessous)

1. a. Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC} = 0$ et que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{HB} = 0$.

b. En déduire que le point H est l'orthocentre du triangle ABC.

2. Montrer que le point K est le centre du cercle passant par les sommets du triangle ABC.

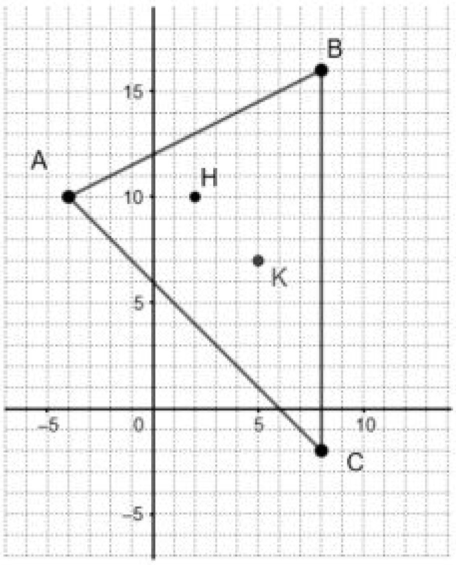
3. On admet que le centre de gravité du triangle ABC est le point G vérifiant l'égalité vectorielle :

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ où M est le milieu du segment [BC].

a. Refaire la figure et construire le point G.
b. Déterminer les coordonnées du point G.

4. Démontrer que les points H, K et G sont alignés.

Remarque : L'orthocentre, le centre du cercle circonscrit et le centre de gravité d'un triangle sont toujours alignés sur une droite, appelée "la droite d'Euler".



Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère le point $A(1\,;4)$ et la droite (d) d'équation cartésienne : $x - y + 2 = 0$.
Soit $M(x\,;y)$ un point quelconque de la droite (d).

***L'objectif de cet exercice est de déterminer de deux manières* "la distance du point A à la droite (d)", *c'est-à-dire la plus courte distance entre le point A et un point de la droite (d) que l'on nommera* M_0.**

Première méthode :

1. a. Exprimer la distance AM en fonction de x et y.
b. Sachant que $M \in (d)$, en déduire l'expression de la distance AM uniquement en fonction de x.

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x^2 - 6x + 5$.
Etudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$ et calculer le minimum de f sur $\mathbb{R}$.

3. En utilisant les résultats des deux questions précédentes, déterminer les coordonnées du point M_0 tel que la distance AM_0 soit minimale et donner la valeur de cette distance minimale, c'est-à-dire la distance du point A à la droite (d)
Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{AM_0}$ est un vecteur normal à la droite (d).

Deuxième méthode :

On admet ici que la plus courte distance entre le point A et la droite (d) est la distance AM_0 où M_0 est un point de la droite (d).

1. Donner un vecteur normal de la droite (d) d'équation cartésienne : $x - y + 2 = 0$.

2. Calculer la distance du point A à la droite (d), c'est-à-dire la distance AM_0.

Thème 3 : Probabilités et variables aléatoires.

Exercice 1

Dans une entreprise, le coût de production d'un objet est de 950 €.
Cet objet peut présenter un défaut A, un défaut B ou en même temps le défaut A et le défaut B.
La garantie permet de faire les réparations aux frais de l'entreprise avec les coûts suivants :

- 100 € pour le défaut A ;
- 150 € pour le défaut B.

On admet que 90 % des objets produits n'ont aucun défaut, que 8 % ont le défaut A et 6 % ont le défaut B.

1. Montrer que la probabilité qu'un objet choisi au hasard dans la production présente en même temps le défaut A et le défaut B, est égale à 0,04.

2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque objet choisi au hasard, associe son prix de revient, c'est-à-dire son coût de production augmenté du coût de réparation éventuel aux frais de l'entreprise.
Déterminer la loi de probabilité de X.

3. Calculer l'espérance mathématique E(X) et l'écart-type $\sigma(X)$ de cette variable aléatoire.
Que représente concrètement E(X) pour l'entreprise ?

4. On admet que tous les objets sont vendus.

a. L'entreprise peut-elle espérer réaliser des bénéfices en vendant 960 € chaque objet produit ?

b. L'entreprise veut réaliser un bénéfice moyen de 100 € par objet.
Quel prix de vente doit-elle choisir pour l'objet produit ?

Exercice 2

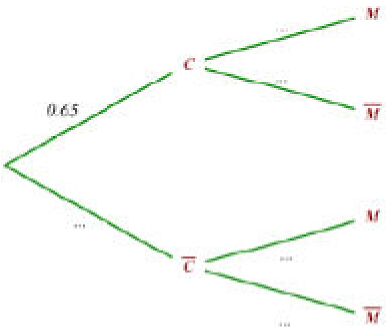
Une résidence de vacances propose uniquement deux formules :

- la formule « pension complète » dans laquelle 3 repas par jour sont fournis ;
- la formule « demi-pension » dans laquelle sont fournis uniquement le petit déjeuner et le dîner.

Pour l'année 2018, 65 % des clients ont choisi la pension complète ; les autres ont choisi la formule « demi-pension ».
Parmi les clients qui ont choisi la demi-pension, 30 % ont réservé l'option « ménage » en fin de semaine. De plus, 70 % des clients qui ont choisi la pension complète ont réservé l'option ménage.
On choisit un client au hasard parmi ceux de l'année 2018 et l'on considère les évènements suivants :

C : le client a choisi la formule « pension complète » ;
M : le client a choisi l'option « ménage ».

1. Recopier sur la copie et compléter l'arbre pondéré ci contre.



2. Calculer $P(C \cap M)$.
3. Montrer que la probabilité que le client ait réservé l'option ménage est égale à 0,56.
4. Calculer la probabilité que le client ait choisi la formule « pension complète » sachant qu'il a réservé l'option ménage.
5. Voici la grille de tarifs de la résidence de vacances pour l'année 2018:

Une semaine de pension complète	800€
Une semaine de demi-pension	650€
Option ménage	50€

On note X la variable aléatoire égale au montant payé par un client de 2018.
Calculer $P(X = 850)$.

Exercice 3

Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Une enquête a été menée auprès de lycéens pour estimer la proportion de ceux qui ont déjà fumé une cigarette. Pour encourager les réponses sincères, on met en place le protocole suivant :
Chaque adolescent lance d'abord un dé équilibré à 6 faces et l'enquêteur qui va l'interroger ne connait pas le résultat du lancer.
Quand l'enquêteur lui pose la question "avez-vous déjà fumé une cigarette ?" l'adolescent doit répondre :

- "NON" si le résultat du lancer est 5, qu'il est ou non déjà fumé une cigarette ;
- "OUI" si le résultat du lancer est 6, qu'il est ou non déjà fumé une cigarette ;
- "OUI" ou "NON" dans les autres cas **mais de façon sincère**.

On note :

- N : l'évènement : "L'adolescent a répondu NON" ;
- O : l'évènement : "L'adolescent a répondu OUI" ;
- C : l'évènement : "L'adolescent a effectivement déjà fumé une cigarette" ;
- $\overline{C}$: l'évènement : "L'adolescent n'a effectivement jamais fumé une cigarette".

Sur les lycéens qui ont participé à cette enquête, on constate que la probabilité qu'un lycéen ait répondu "OUI" à cette enquête est $\frac{3}{5}$.
On veut déterminer la probabilité, notée p, qu'un adolescent ait déjà fumé une cigarette.
On a donc $P(C) = p$.

1. Justifier que la probabilité qu'un adolescent ait répondu "OUI" sachant qu'il n'a jamais fumé est égale à $\frac{1}{6}$.

2. Faire l'arbre de probabilités représentant la situation.

3. a. Démontrer que la probabilité p qu'un adolescent ait déjà fumé une cigarette vérifie l'équation :
$$\frac{2}{3}p + \frac{1}{6} = \frac{3}{5}.$$
b. En déduire la valeur de p.

4. Sachant qu'un adolescent a répondu "NON" pendant l'enquête, quelle est la probabilité qu'il n'ait jamais fumé de cigarette ?