

DÉVELOPPER, FACTORISER

On souhaite transformer des expressions algébriques pour les mettre sous différentes formes :

Définition 1

- **Développer**, c'est transformer un produit de facteurs en une somme de facteurs.
- **Factoriser**, c'est transformer une somme de facteurs en un produit de facteurs.

Exemple 1

Expressions sous forme développée :

$$A(x) = x - 2 - 14x + 5$$

$$B(t) = 3t^2 - 4t + 1$$

$$C(\alpha) = \alpha^3 + 6\alpha - 4$$

Expressions sous forme factorisée :

$$D(x) = -5(x + 1)$$

$$E(z) = (4z + 1)(z + 3)$$

$$F(t) = (2t - 3)^2$$

Afin de factoriser ou développer des expressions, on utilise les propriétés de développement, ou très régulièrement les identités remarquables vue au collège :

Propriété 1

$$\blacklozenge k(a + b) = ka + kb$$

$$\blacklozenge (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\blacklozenge (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\blacklozenge (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\blacklozenge (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

I Développement d'une expression

Dans les trois exercices de cette section, il s'agit de développer, réduire et ordonner les expressions données.

Utilisation de la distributivité

EXERCICE n° 1

$$A(x) = -2(3x + 1)$$

$$B(x) = (2x + 3)(3x + 2)$$

$$C(x) = 4(3x - 2)$$

$$D(x) = (2 - 5x)(x - 3)$$

$$E(x) = (x + 3)(x - 2)$$

$$F(x) = (-2x + 3)(x - 1)$$

Utilisation des identités remarquables

EXERCICE n° 2

$$A(x) = (3x + 4)^2$$

$$B(x) = (2x - 3)^2$$

$$C(x) = (5x - 2)(5x + 2)$$

$$D(x) = (-2x - 4)^2$$

Mélange de genres ...

Certaines expressions sont plus complexes à développer car elles contiennent à la fois des distributivités et des identités remarquables :

EXERCICE n° 3

$$A(x) = 4(2x + 5) + (x - 3)(5x - 7)$$

$$B(x) = (2x - 3)^2 - (4x + 1)(x - 3)$$

$$C(x) = (x - 3)(x + 5) - (-3x + 2)(x - 5)$$

II Factorisation d'une expression

Dans les trois exercices de cette section, il s'agit de factoriser au maximum les expressions données.

Utilisation d'un facteur commun

Cette technique consiste à mettre en évidence un facteur commun dans la « somme » : on décompose en produit chaque terme de façon à trouver un facteur en commun le plus grand possible.

EXERCICE n° 4

$$A(x) = 15x - 12$$

$$B(x) = 5x - 5$$

$$C(x) = 6x^2 + 10x$$

$$D(x) = (3x + 2)(4x - 1) + (3x + 2)(-6x + 8)$$

$$E(x) = (3x - 4)^2 - (2x - 5)(3x - 4)$$

$$F(x) = (2x - 3)^2 - (2x - 3)$$

Utilisation des identités remarquables

On tente de « comparer » notre expression à l'une des identités remarquables :

- S'il y a trois termes, ils peuvent être de la forme $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$,
- s'il y a deux termes, ils peuvent être de la forme : $a^2 - b^2$.

EXERCICE n° 5

$$A(x) = 9x^2 + 42x + 49$$

$$B(x) = 25x^2 - 60x + 36$$

$$C(x) = 9x^2 - 64$$

Mélange de genres ...

Il arrive pourtant qu'un facteur commun ne saute pas aux yeux, tout comme une identité remarquable. Dans ce cas, on examine chaque terme de la somme et on essaye de le factoriser.

EXERCICE n° 6

$$A(x) = (2x - 5)(7 + 3x) - (4x^2 - 20x + 25)$$

$$B(x) = (x - 3)(3x + 5) + (9x^2 + 30x + 25)$$

$$C(x) = 3(x + 3)(2x + 3) - (4x^2 - 9)$$

$$D(x) = (2x - 1)^2 - (3 - 5x)^2$$