Un peu de stratégie pour résoudre les équations

Résoudre les équations suivantes

1/ $(x + 1)^2 = 0$
2/ $x^2 + 2x + 1 = 0$
3/ $(x + 1)^2 = 1$
4/ $x^2 + 2x + 1 = 1$
5/ $(x + 1)^2 = 2$
6/ $x^2 + 2x + 1 = 2$
7/ $(x + 1)^2 = -1$

<u>1/ $(x + 1)^2 = 0$</u> est une équation produit: quand un produit est nul, l'un des termes du produit est nul.
Quand l'équation se ramène à un produit nul, il est souvent facile de la résoudre.

$$\begin{aligned}(x + 1)^2 = 0 &\Leftrightarrow (x + 1) (x + 1) = 0\\ &\Leftrightarrow (x + 1) = 0 \quad \text{ou} \quad (x + 1) = 0\\ &\Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ou} \quad x = -1\end{aligned}$$

<u>$S = \{ -1 \}$</u>

<u>2/ $x^2 + 2x + 1 = 0$</u>
Ce n'est pas un produit qui est nul, mais une somme. La règle précédente ne s'applique pas.
Le mieux à faire est de transformer cette somme en produit, c'est-à-dire de factoriser.
$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x + 1)^2 = 0$
On est ramené à l'équation précédente.

<u>$S = \{ -1 \}$</u>

<u>3/ $(x + 1)^2 = 1$</u>
On a bien un produit mais il n'est pas nul, il est égal à 1. La règle du produit nul ne s'applique pas.
Essayons de développer:

$$\begin{aligned}(x + 1)^2 = 1 &\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 1\\ &\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0\end{aligned}$$

Comme au 2/, on a une somme nulle. Le mieux à faire est de factoriser.
$x^2 + 2x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x (x + 2) = 0$
On a un produit nul, tout s'arrange:

$$\begin{aligned}x (x + 2) = 0 &\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0\\ &\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -2\end{aligned}$$

<u>$S = \{ -2 ; 0 \}$</u>

<u>4/ $x^2 + 2x + 1 = 1$</u>
On a une somme. Il n'y a pas grand chose à faire.
On peut enlever 1 à gauche et à droite:
$x^2 + 2x + 1 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x = 0$
On est ramené à l'équation précédente.

$S = \{ -2 ; 0 \}$

$5/ \ (x + 1)^2 = 2$

On a bien un produit mais il n'est pas nul, il est égal à 2. La règle du produit nul ne s'applique pas.

Essayons de développer:

$(x + 1)^2 = 2 \iff x^2 + 2x + 1 = 2$

$\iff x^2 + 2x - 1 = 0$

et on ne sait pas faire.

$6/ \ x^2 + 2x + 1 = 2$

On peut faire en sorte qu'il y ait 0 à droite de l'équation:

$x^2 + 2x + 1 = 2 \iff x^2 + 2x - 1 = 0$

et on ne sait pas faire.

$7/ \ (x + 1)^2 = -1$

C'est très simple mais il faut y penser.

Un carré est positif donc on peut remplacer x par n'importe quel nombre, l'affirmation $(x + 1)^2 = -1$ est fausse.

$S = \varnothing$