LYCEE DE CHATEAURENARD

LIAISON SECONDE - PREMIERE GENERALE OPTION MATHS

LIVRET - RENTREE 2020

Les mathématiques sont une construction dont chaque étape est importante : afin de pouvoir comprendre et assimiler les nouvelles connaissances de première, il est indispensable de maîtriser les points essentiels du programme de seconde.

Vous trouverez, dans ce document, le livret d'exercices et des liens vers des QCM complémentaires et rappels de cours qui vous aideront à préparer votre rentrée.

L'objectif n'est pas de refaire le programme de seconde pendant vos vacances mais de réactiver vos connaissances durant les deux dernières semaines précédant la rentrée.

Un corrigé succinct se trouve à la fin du livret et **un contrôle de connaissance** constitué de questions ou d'exercices semblables à ceux proposés dans ce livret **aura lieu la première quinzaine de la rentrée**

Bon courage et bon travail!

L'équipe des enseignants de mathématiques

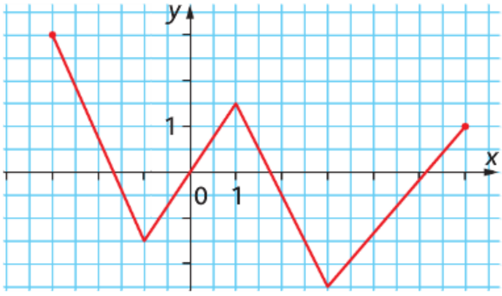
I - Les fonctions

1) Généralités

QCM

Pour chaque question, déterminer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

A On considère la fonction f définie par la courbe représentative ci-contre, formée de segments de droites :



1. La fonction f est définie :	**a.** sur $[-1{,}5\,;1{,}5]$	**b.** sur $[-3\,;6]$	**c.** pour $x \geqslant 3$	**d.** pour x tel que $-3 \leqslant x \leqslant 6$
2. L'image de 1 par f :	**a.** est égale à 1,5	**b.** est égale à $f(1{,}5)$	**c.** est égale à $f(1)$	**d.** est égale à 6
3. Les antécédents de -1 par f :	**a.** sont négatifs	**b.** sont au nombre de 3	**c.** sont au nombre de 4	**d.** sont les réels a tels que $f(a) = -1$
4. La fonction f est :	**a.** croissante sur $[-1\,;6]$	**b.** décroissante sur $[1\,;3]$	**c.** décroissante sur $[-3\,;3]$	**d.** croissante sur $[3\,;6]$
5. La fonction f admet :	**a.** 1,5 pour maximum sur $[-3\,;6]$	**b.** 3 pour maximum sur $[-3\,;6]$	**c.** un minimum atteint en -1	**d.** un minimum atteint en 3

B Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2(x-1)^2 + 3$, de courbe représentative $\mathscr{C}$.

1. L'image de -2 par g est :	**a.** -15	**b.** 5	**c.** 21	**d.** 39
2. Quels points appartiennent à la courbe $\mathscr{C}$?	**a.** $(-3\,;35)$	**b.** $(1\,;5)$	**c.** $(2\,;5)$	**d.** $(1+\sqrt{2}\,;7)$
3. Un antécédent de 11 par g est :	**a.** -3	**b.** -1	**c.** 3	**d.** 5

Vrai ou faux ?

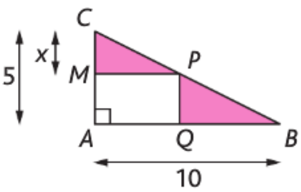
Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

C On donne ci-dessous le tableau de variation d'une fonction f.

1. L'ensemble de définition de f est l'intervalle $[-2\,;6]$.	**2.** Le maximum de f est 5.	**3.** L'image de 5 par f est -2.
4. Le minimum de f est atteint en -2.	**5.** $f(2{,}34) < f(2{,}35)$.	**6.** f est croissante sur $[0\,;3]$.

x	-2		0		2		6
$f(x)$	5	↘	0	↗	3	↘	1

D Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 10$ et $AC = 5$. M est un point mobile sur le segment $[AC]$ et on désigne par x la longueur CM. La parallèle à (AB) passant par M coupe le côté $[BC]$ en P et la parallèle à (AC) passant par P coupe $[AB]$ en Q.



1. x peut prendre toutes les valeurs de $[0\,;10]$.	**2.** Pour $x = 1$, $MP = \frac{1}{2}$.	**3.** $MP = 2x$.
4. L'aire du rectangle $QAMP$ est égale à $2x^2 - 10x$.	**5.** L'aire de la partie colorée est égale à $25 - 10x + 2x^2$.	

2) Equations et inéquations

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 6x$.

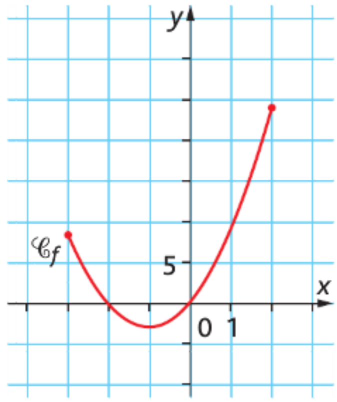
1. Les expressions suivantes sont des formes différentes de $f(x)$:
a. $(2x+1)^2 - (x-1)^2$; **b.** $3x(x+2)$; **c.** $3[(x+1)^2 - 1]$.

2. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est $\left\{-2\,;\frac{1}{3}\right\}$.

3. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = 6x$ est $\{0\}$.

4. Les solutions de l'équation $f(x) = 9$ dans $\mathbb{R}$ sont 1 et -3.

5. Soit la fonction f représentée ci-contre sur l'intervalle $\mathrm{I} = [-3\,;2]$:
a. l'équation $f(x) = 5$ admet deux solutions dans I ;
b. si $k \in \,]0\,;5[$ alors l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions dans I : l'une positive, l'autre négative ;
c. l'équation $f(x) = -5$ n'a pas de solution.



Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

B On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x(x-8) + 7$.
On considère les expressions : ① $x^2 - 8x + 7$; ② $(x-4)^2 - 9$; ③ $(x-1)(x-7)$.

1. Les expressions ①, ②, ③ sont des expressions égales à $f(x)$.

2. Pour résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 7$ l'expression la plus adaptée est la ③.

3. Pour résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant -5$ l'expression la plus adaptée est ②.

4. Pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;7]$, $f(x) \leqslant 0$.

C Les fonctions f et g définies sur $\mathrm{I} = [-2\,;3]$ sont représentées ci-contre :
la courbe représentative de f est en bleu, celle de g est en rouge.
Les points marqués sont à coordonnées entières.

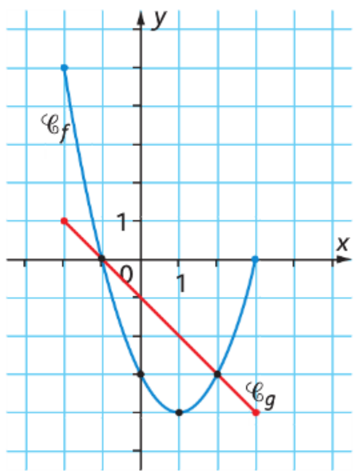
1. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ sur I est $[-2\,;-1]$.

2. L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \geqslant 0$ sur I est $[-2\,;-1]$.

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant -3$ sur I est $[0\,;2]$.

4. Les solutions de l'inéquation $f(x) - g(x) \leqslant 0$ sont les abscisses des points de la courbe représentative de f situés sous les points de la courbe représentative de g.

5. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{g(x)}{f(x)} \geqslant 0$ sur I est $\mathrm{I}\backslash\{-1\,;3\}$.



3) Fonctions de référence

QCM

A Pour chacune des affirmations suivantes, préciser la (ou les) réponse(s) exacte(s).

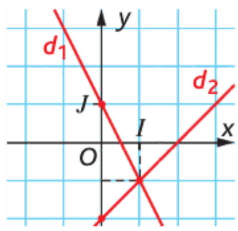
1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1-2x}{3}$:	**a.** f est une fonction affine croissante sur $\mathbb{R}$	**b.** f est une fonction affine décroissante sur $\mathbb{R}$	**c.** f n'est pas une fonction affine
2. Une fonction affine est décroissante sur $\mathbb{R}$ et s'annule pour $x = -4$, alors :	**a.** $f(0) < 0$	**b.** f est positive sur l'intervalle $[-4\,;+\infty[$	**c.** f est négative sur l'intervalle $[-4\,;+\infty[$
3. Une fonction affine vérifie $f(1) = 5$ et $f(0) = 3$:	**a.** $f(0{,}5) = 4$	**b.** f est décroissante	**c.** $f(x)$ est positif pour tout nombre réel x.

B Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses est exacte.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathrm{I} = [0\,;+\infty[$ par $f(x) = -2x^2 + 1$:	**a.** f est négative sur I	**b.** f est positive sur I	**c.** f s'annule pour $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
2. Si $-2 \leqslant x \leqslant 5$, alors :	**a.** $4 \leqslant x^2 \leqslant 25$	**b.** $0 \leqslant x^2 \leqslant 25$	**c.** $0 \leqslant x^2 \leqslant 4$
3. On considère la fonction f définie sur $\mathrm{I} =]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3}{x} - 2$:	**a.** f est positive sur I	**b.** f est croissante sur I	**c.** f est négative sur l'intervalle $[1{,}5\,;+\infty[$
4. Si $x \geqslant 2$, alors :	**a.** $\dfrac{1}{x} \leqslant \dfrac{1}{2}$	**b.** $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{2}$	**c.** $\dfrac{1}{x}$ peut être négatif

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.



C On donne ci-contre les droites d_1 et d_2 dans le repère (O, I, J).
d_1 est la représentation graphique de la fonction affine f ; d_2 celle de la fonction affine g.

1. f est croissante.	**2.** g est positive sur $[2\,;+\infty[$.	**3.** $f(1) = g(1)$.
4. $f(1) = 0$.	**5.** f est la fonction : $x \longmapsto -x + 1$.	**6.** g est la fonction : $x \longmapsto x - 2$.

D On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 5$ et $g(x) = x^2 - 1$.

1. $f(3) = 14$.	**2.** $g(-3) = 8$.	**3.** g est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;0]$.
4. f est croissante sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.	**5.** Pour tout $x \in [-4\,;-2]$, on a $g(x) \leqslant 0$.	**6.** Les points de coordonnées $(\sqrt{3}\,;2)$ et $(-\sqrt{3}\,;2)$ sont communs aux courbes représentatives de f et g.

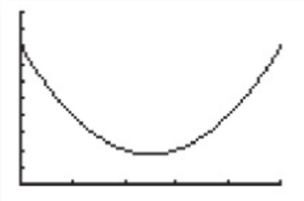
E On considère la fonction h définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $h(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$.

1. h est positive sur $]0\,;+\infty[$.	**2.** h est décroissante sur $]0\,;+\infty[$.	**3.** $h(\sqrt{2}) \leqslant h(\sqrt{3})$.
4. Si $0 < x \leqslant 1$, alors $h(x) \geqslant 2$.	**5.** La courbe représentative de h coupe l'axe des abscisses.	**6.** Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $h(x) > 1$.

QCM

Pour chacune des questions suivantes, préciser la seule réponse correcte.

A On dessine avec la calculatrice la représentation graphique d'une fonction polynôme de degré 2 pour x compris entre 0 et 5.



1. Une expression de $f(x)$ est :	**a.** $(x-2{,}5)^2+1{,}75$	**b.** $(x+2{,}5)^2+1{,}75$	**c.** $(x-2{,}5)^2-1{,}75$
2. Le minimum de f sur l'intervalle $[0\,;5]$ est :	**a.** 0	**b.** 2,5	**c.** 1,75
3. L'expression développée de $f(x)$ est :	**a.** x^2-5x+8	**b.** x^2+5x+8	**c.** $-x^2-5x+8$

B On considère la fonction $f : x \longmapsto ax^2+bx+c$, dont une autre expression est $a(x-\alpha)^2+\beta$.
On connait une forme factorisée : $f(x)=(2-x)(-x+5)$.

1. Question sur a :	**a.** on ne peut pas calculer la valeur de a	**b.** $a=-1$	**c.** $a=1$
2. Question sur α :	**a.** on ne peut pas calculer la valeur de α	**b.** $\alpha=3{,}5$	**c.** $\alpha=-1{,}5$
3. Question sur l'extremum :	**a.** la fonction f admet un maximum en 3,5	**b.** $\beta=-2{,}25$	**c.** l'extremum est le réel $c=10$

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

C
1. La fonction $x \longmapsto (x-1)(x+2)$ est une fonction polynôme de degré 2.
2. La fonction $x \longmapsto 9x^2-1-(3x+1)^2$ est une fonction polynôme de degré 2.
3. La fonction $x \longmapsto 3(x-1)^2+4$ présente un maximum sur $\mathbb{R}$ en 1.
4. La fonction de la question **3.** est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;-1]$.
5. La fonction $x \longmapsto -2(x-3)^2-5$ présente un maximum sur $\mathbb{R}$ en -3.
6. La fonction de la question **5.** est décroissante sur l'intervalle $[3\,;+\infty[$.

II - Expressions algébriques, équations et inéquations

QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.

1. La forme développée de $(2x-1)^2$ est :	**a.** $2x^2-4x+1$	**b.** $4x^2-1$	**c.** $4x^2-4x+1$
2. La forme factorisée de $(x-2)(x+1)-(2x-1)(x-2)$ est :	**a.** $-(x-2)^2$	**b.** $(x-2)(-x)$	**c.** $(x-2)(3x+2)$
3. Pour tout réel $x \neq 2$: $3-\frac{x+1}{x-2}=\ldots$	**a.** $\frac{2x-5}{x-2}$	**b.** $\frac{2x-6}{x-2}$	**c.** $\frac{2x-7}{x-2}$
4. Pour tout réel x, $x^2+2x-3=\ldots$	**a.** $(x+1)(x-3)$	**b.** x^2-3	**c.** $(x+1)^2-4$
5. L'équation $(x-2)(x+1)=-2$ admet pour ensemble de solutions :	**a.** $\{-1;2\}$	**b.** $\{0\}$	**c.** $\{0;1\}$
6. L'équation $\frac{2x-3}{x-2}=0$ admet pour ensemble des solutions :	**a.** $\left\{\frac{3}{2};2\right\}$	**b.** $\left\{\frac{3}{2}\right\}$	**c.** $\{1\}$
7. Une bouteille et son bouchon pèsent 110 grammes. La bouteille pèse 100 grammes de plus que le bouchon. Quel est le poids du bouchon ?	**a.** 5 g	**b.** 10 g	**c.** 15 g
8. *Sami et Kevin ont donné la même somme. À l'un, on a rendu 1,2 euros et donné 4 cahiers. À l'autre, on a rendu 3,5 euros et donné deux cahiers. Combien coûte un cahier ?* Si x est le prix d'un cahier, il vérifie l'équation :	**a.** $4x-1{,}2=2x-3{,}5$	**b.** $4x+1{,}2=2x+3{,}5$	**c.** $2x=4{,}7$

16 Développer et réduire les expressions suivantes :

$A(x)=(2x+1)(x-3)-4x+1$;
$B(x)=(4x-5)^2$;
$C(x)=2(x-1)(x+3)$.
$D(x)=(-2x+1)(x+3)-2(x-5)$;
$E(x)=3(4x+3)(x+1)+(x+1)^2$;
$F(x)=(3x-1)(2x+5)-3(x+1)(x-2)$.

19 Pour chacune des expressions suivantes, repérer le facteur commun, puis factoriser :

$A(x)=(2x+3)(x-7)+(2x+3)(-4x+5)$;
$B(x)=(x-1)(2x+4)-(x-1)(x+5)+2(x-1)$;
$C(x)=(3x+1)^2+(3x+1)(2x-4)$;
$D(x)=(5x+3)(4x-2)+2(5x+3)(-x+3)$;
$E(x)=(x+3)^2-3(x+3)(-2x+4)$.

20 On donne les expressions suivantes :

$F(x)=4x^2-4x+1$; $G(x)=9x^2-169$;
$H(x)=16x+4x^2+16$; $I(x)=(2x+1)^2-4$;
$J(x)=9(x+1)^2-16$.

Pour chaque expression, déterminer quelle est l'identité remarquable impliquée, en précisant les valeurs de a et de b, puis la factoriser.

QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.

A

1. L'inéquation $5-3x \leqslant 3$ est équivalente à :	**a.** $3x \leqslant -2$	**b.** $3x \geqslant 2$	**c.** $x \geqslant -1$
2. L'inéquation $(x+1)+(6-2x)>0$ admet pour ensemble des solutions :	**a.** $]-1;3[$	**b.** $]-\infty;7[$	**c.** $]7;+\infty[$
3. L'inéquation $(x-1)(x-2) \leqslant 2$ admet pour ensemble des solutions :	**a.** $[1;2]$	**b.** $]0;3[$	**c.** $[0;3]$
4. L'inéquation $(x-3)(4-2x)<0$ admet pour ensemble des solutions :	**a.** $]2;3[$	**b.** $]-\infty;2[\cup]3;+\infty[$	**c.** $]3;+\infty[$
5. L'inéquation $\dfrac{1{,}5-x}{4+x} \geqslant 0$ admet pour ensemble des solutions :	**a.** $[-4;1{,}5]$	**b.** $]-\infty;-1{,}25]$	**c.** $]-4;1{,}5]$
6. L'inéquation $x^2+1>0$ admet pour ensemble des solutions :	**a.** $]-1;1[$	**b.** $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$	**c.** $]-\infty;+\infty[$
7. Un père a 45 ans et son fils 11 ans. Dans combien d'années le triple de l'âge du fils sera-t-il supérieur ou égal à l'âge du père ?	**a.** dans 4 ans	**b.** dans 5 ans	**c.** dans 6 ans

III - Probabilités

QCM

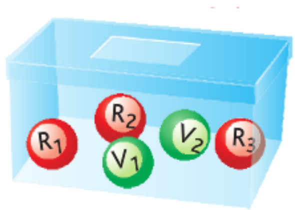
Pour chaque question, il peut y avoir plusieurs affirmations exactes.

A On lance un dé cubique truqué dont la loi de probabilité est décrite par le tableau ci-dessous :

N°	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,1	0,3	0,25	0,15	0,1

1. L'événement « obtenir un numéro pair » :	**a.** est $\{2;4;6\}$	**b.** a pour probabilité $\dfrac{1}{2}$	**c.** a pour probabilité 0,45
2. L'événement « obtenir un entier diviseur de 6 » :	**a.** est $\{1;3\}$	**b.** est $\{1;3;6\}$	**c.** a une probabilité strictement supérieure à 0,5
3. L'événement « obtenir au plus 2 » :	**a.** est l'événement contraire de « obtenir au moins 3 »	**b.** est l'événement contraire de « obtenir au moins 2 »	**c.** a pour probabilité 0,2

B Une urne contient cinq boules numérotées **indiscernables au toucher** : trois boules rouges R_1, R_2 et R_3 ; deux boules vertes V_1 et V_2.
On tire au hasard successivement sans remise deux boules dans l'urne.
Un résultat est noté sous forme d'un couple (boule tirée au 1^er tirage ; boule tirée au 2^nd tirage).
On considère les événements A « obtenir deux boules rouges » et B « la 1^re boule tirée est numérotée 1 ».



1. Le nombre d'issues possibles est :	**a.** 9	**b.** 10	**c.** 20	**d.** 25
2. L'événement A :	**a.** est $\{(R_1;R_2);(R_1;R_3)\}$	**b.** contient six issues	**c.** a pour probabilité $\dfrac{3}{10}$	**d.** est impossible
3. L'événement contraire de B :	**a.** est « la 2^de boule est numérotée 1 »	**b.** a pour probabilité $1-p(B)$	**c.** a pour probabilité 0,6	**d.** contient 12 issues
4. L'événement $A \cup B$:	**a.** a pour probabilité $p(A)+p(B)-p(A\cap B)$	**b.** est l'événement « obtenir deux boules rouges dont la 1^re est R_1 »	**c.** a pour probabilité 0,8	**d.** a pour probabilité 0,7

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

C On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements :
A « obtenir un carreau » et B « obtenir une dame ».

1. Les événements A et B sont incompatibles.

2. L'événement $A \cap B$ est l'événement « obtenir la dame de carreau ».

3. La probabilité de l'événement $A \cup B$ est égale à $\frac{11}{32}$.

4. L'événement $\overline{A}$ a pour probabilité $\frac{1}{2}$.

D On lance deux fois un dé cubique équilibré, en notant le résultat à chaque lancer pour former un couple.

1. La probabilité de chaque issue est égale à $\frac{1}{36}$.

2. La probabilité des événements « obtenir un 3 au 1er lancer » et « obtenir un 6 au 2nd lancer » sont égales.

3. La probabilité de l'événement « la somme des résultats est 4 » est égale à $\frac{1}{12}$.

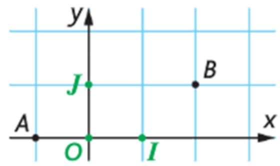
IV - Géométrie

1) Repérage

QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.

A On place les points $A(-1;0)$ et $B(2;1)$ dans le repère orthonormé (O, I, J).



1. La distance AB est égale à :	**a.** 4	**b.** $\sqrt{10}$	**c.** $\sqrt{2}$
2. Le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :	**a.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$	**b.** $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$	**c.** $\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$
3. Le symétrique du point A par rapport au point B a pour coordonnées :	**a.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$	**b.** $(5;2)$	**c.** $(-4;-1)$

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

B

1. Dans un repère du plan dont les axes sont perpendiculaires, $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

2. Dans n'importe quel repère du plan, le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

3. Dans un repère (O, I, J), le milieu du segment $[IJ]$ a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

4. Dans un repère orthonormé (O, I, J), $IJ = 2$.

5. Si $AI = IB$, alors I est le milieu du segment $[AB]$.

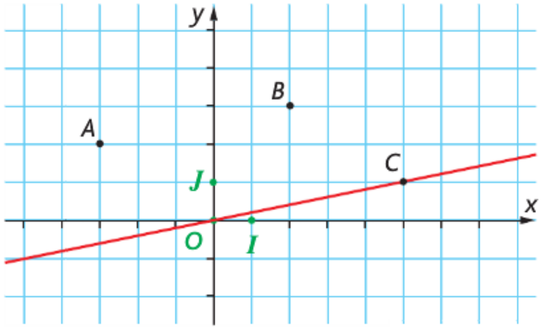
6. Si $EFGH$ est un parallélogramme, alors le point H a pour coordonnées $(1;1)$ dans le repère (F, G, E).

7. Dans un repère (O, I, J) le symétrique du point I par rapport à J a pour coordonnées $(2;-1)$.

8. Si $ABCD$ est un carré, le repère (A, B, C) est orthonormé.

9. Si $ABCD$ est un rectangle, de longueur 2 cm et de largeur 1 cm, alors dans le repère (A, B, D), le point C a pour coordonnées $(2;1)$.

C Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, I, J).
On considère les points $A(-3;2)$, $B(2;3)$ et $C(5;1)$.



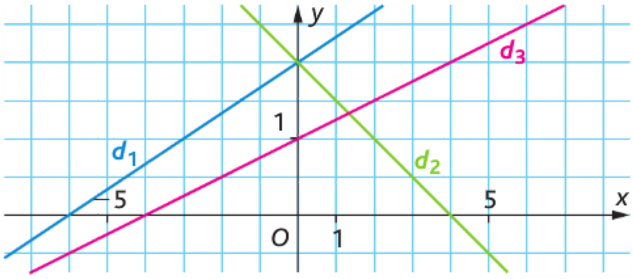
1. Le milieu D de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$.
2. Le cercle de diamètre $[AB]$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
3. La droite (OC) est tangente au cercle de diamètre $[AB]$.

2) équations de droites

QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.

A Dans un repère d'origine O, on donne la figure ci-dessous où sont représentées trois droites d_1, d_2 et d_3.



1. Le coefficient directeur de la droite d_1 est :	**a.** -6	**b.** $\frac{2}{3}$	**c.** $\frac{1}{3}$
2. L'ordonnée à l'origine de la droite d_2 est :	**a.** 4	**b.** 2	**c.** $-0{,}5$
3. L'équation réduite de la droite d_3 est :	**a.** $y = 4x + 1$	**b.** $y = \frac{1}{4}x + 1$	**c.** $y = x + 4$

B

1. Le couple $(2;3)$ est solution de :	**a.** $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ -x + y = 5 \end{cases}$	**b.** $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$	**c.** $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$
2. Les droites d'équations $y = 2x + 7$ et $y = -x + 4$ sont sécantes en :	**a.** $M(2;2)$	**b.** $N(-1;5)$	**c.** $P(2;11)$
3. Le couple $(x;y)$ solution du système $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$ est :	**a.** $(1;5)$	**b.** $(-3;-1)$	**c.** $(-1;9)$

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

C Dans un plan muni d'un repère, on considère les points suivants :

$$A(-2;2),\quad B(3;-3),\quad C(2;0)\quad \text{et}\quad D(-2;4).$$

1. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.	**2.** Les droites (AD) et (BC) sont sécantes.
3. $ABCD$ est un parallélogramme.	**4.** $ABCD$ est un trapèze

D Dans un plan muni d'un repère (O, I, J), on donne les points suivants :

$$A(3;1),\quad B(-1;-1),\quad C(7{,}5;3{,}5),\quad D(3;-2)\quad \text{et}\quad E(3;4).$$

1. Les points A, B et C sont alignés.	**2.** Le point I appartient à la droite (AB).
3. Les points A, D et E sont alignés.	**4.** La droite (DI) passe par le point J.

3) Vecteurs

QCM

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.

A $ABCD$ est un parallélogramme.

1. Le point I est le milieu du segment $[AC]$.	**a.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AD}$	**b.** D est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.	**c.** I est le milieu de $[BD]$.
2. Le point F est défini par : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.	**a.** Les points F et I sont confondus.	**b.** Les points F et C sont confondus.	**c.** La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme F en D.
3. Le point E est l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.	**a.** $ADBE$ est un parallélogramme.	**b.** $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC}$.	**c.** $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB}$.

B Dans le repère (O, I, J), on donne les points : $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(-1;-2)$, $D(2;-1)$ et $E(-3;-1)$.

1. Le milieu du segment $[AD]$ a pour coordonnées :	**a.** $(0,5;-1,5)$	**b.** $(1,5;1,5)$	**c.** $(1,5;0,5)$
2. Le vecteur $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées :	**a.** $\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$	**b.** $\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$	**c.** $\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$
3. Le point M défini par l'égalité $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées :	**a.** $\left(\frac{7}{3};3\right)$	**b.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$	**c.** $\left(-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$

Vrai ou faux ?

Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

C Dans le repère (O, I, J), on considère les points $A(0;4)$, $B(2;5)$, $C(2;3)$ et $D(-2;1)$. Le point I désigne le milieu du segment $[BD]$ et le point E celui du segment $[CD]$.

1. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$.

2. $\overrightarrow{AI} = 0,5\overrightarrow{AE}$.

3. Les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AI}$ sont colinéaires.

4. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires.

5. $ABDE$ est un parallélogramme.

6. $ABCE$ est un parallélogramme.

D Dans le repère (O, I, J), on donne les points $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(-1;-2)$, $D(2;-1)$ et $E(-3;-1)$.

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

2. L'abscisse du vecteur $\overrightarrow{DE}$ est nulle.

3. Le quadrilatère $ABEC$ est un parallélogramme.

4. Les droites (EB) et (CD) sont parallèles.

Exercice :

106 Dans un repère orthonormé (O, U, V), on considère les points $A(-2;2)$, $B(5;6)$ et $C(4;-1)$.

1. Placer les points dans le repère. On complétera la figure au fur et à mesure des questions.

2. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

3. Déterminer les coordonnées du point M tel que :

$$\overrightarrow{MC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

4. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

5. Déterminer les coordonnées de I, milieu de $[CD]$.
Démontrer que les points I, M et B sont alignés.

6. Déterminer les coordonnées de J, milieu de $[AB]$.
Démontrer que les droites (DJ) et (BI) sont parallèles.

7. Déterminer les coordonnées du point N tel que :

$$\overrightarrow{JN} = 3\,\overrightarrow{JM}.$$

Démontrer que les points B, C et N sont alignés.

QCM complémentaires et facultatifs : http://www.qcmdemath.net/2nd.html

<u>Les calculs</u> : tout — *<u>Les nombres</u> : inégalités et intervalles* — *<u>Equations et inéquations</u> : tout sauf système*

<u>Les fonctions</u> : tout — *<u>Les droites</u> : tout* — *<u>La géométrie</u> : les vecteurs et géométrie analytique* — *<u>Probabilités</u> : tout*

I. Les fonctions

1) Généralités

QCM A : *attention aux unités sur les axes*

1. réponses b et d
2. réponses a et c
3. c (- 1,25 ; - 0,75 ; 2,25 ; 4 ,25) et d
4. b et d
5. b (maximum égal à 3 pour x = -3) et d (minimum égal à -2,5 pour x = 3)

QCM B

1. réponse c : $g(-2) = 2(-2-1)^2 + 3 = 2 \times 9 + 3 = 21$
2. réponses a, c et d (on remplace dans l'expression de g(x) et on calcule)
3. réponses b et c (on remplace dans l'expression de g(x) et il faut obtenir 11)

VRAI ou FAUX C

1. vrai : avec la ligne des x
2. vrai : vrai avec les variations de f
3. faux : f(5) est compris entre 1 et 3
4. faux : le minimum de f est atteint en 0 et est égal à 0
5. faux : 2,34 et 2,35 appartiennent à [2;6] sur lequel f est décroissante ; donc f(2,34) > f(2,35)
6. faux : f est croissante sur [0;2], puis décroissante sur [2;3]

VRAI ou FAUX D

1. faux : x peut prendre toutes les valeurs de [0;5] car M varie de A à C et AC = 5
2. faux : en appliquant le théorème de Thalès dans CAB avec (MP) // (AB), on obtient MP = 2
3. vrai : en appliquant le théorème de Thalès dans CAB avec (MP) // (AB)
4. faux : $aire(QAMP) = AM \times MP = (5-x) \times 2x = 10x - 2x^2$
5. vrai : $A_c = aire(ABC) - aire(QAMP) = \dfrac{AB \times AC}{2} - (10x - 2x^2) = \dfrac{10 \times 5}{2} - 10x + 2x^2 = 25 - 10x + 2x^2$

2) Equations et inéquations

VRAI ou FAUX

1. vrai (a, b et c) : en développant chacune des formes, on retrouve f(x)
2. faux : en résolvant l'équation produit nul : $3x(x+2) = 0$, on obtient $S = \{-2;0\}$
3. vrai : $f(x) = 6x \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 6x \Leftrightarrow 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$
4. vrai (a, b et c) : en résolvant l'équation : $3[(x+1)^2 - 1] = 9 \Leftrightarrow (x+1)^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow (x+1)^2 - 2^2 = 0$
   $\Leftrightarrow (x+1-2)(x+1+2) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -3$
5. vrai : voir résolution graphique d'équations

VRAI ou FAUX B

1. vrai : en développant l'expression donnée pour f(x), puis les expressions 2 et 3
2. faux : c'est l'expression 1 ;
   $f(x) \le 7 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 \le 7 \Leftrightarrow x^2 - 8x \le 0 \Leftrightarrow x(x-8) \le 0$ puis tableau de signes
3. vrai :
   $f(x) \ge -5 \Leftrightarrow (x-4)^2 - 9 \ge -5 \Leftrightarrow (x-4)^2 - 2^2 \ge 0 \Leftrightarrow (x-4-2)(x-4+2) \ge 0$ puis tableau de signes
4. vrai : tableau de signes avec l'expression factorisée 3.

VRAI ou FAUX C

1. faux : la courbe bleue est au-dessus de l'axe des abscisses pour $x \in [-2;-1] \cup \{3\}$
2. vrai
3. vrai
4. vrai
5. vrai : $\dfrac{g(x)}{f(x)} \ge 0 \Leftrightarrow [g(x) \ge 0 \text{ et } f(x) > 0] \text{ ou } [g(x) \le 0 \text{ et } f(x) < 0]$

$$\Leftrightarrow x \in [-2;-1[\text{ ou } x \in]-1;3[$$

$$\Leftrightarrow x \in [-2;-1[\cup]-1;3[\quad \text{qui se note aussi } [-2;3] \setminus \{-1;3\}$$

3) Fonctions de référence

QCM A

1. réponse b : $f(x)=\frac{1-2x}{3}=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$: c'est une fonction affine
   le coefficient directeur $a=\frac{-2}{3}$ est négatif donc la fonction est décroissante sur $\mathbb{R}$
2. réponses a et c
3. réponse a
   Calcul de $a=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{5-3}{1}=2$ et de $b=f(1)-a\times 1=5-2\times 1=3$; d'où $f(x)=2x+3$

QCM B

1. réponse c : $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+1=-2\times\frac{\sqrt{2}^2}{2^2}+1=-2\times\frac{2}{4}+1=0$
2. réponse b : en traçant la courbe représentative de la fonction carré
   Sur $[-2;5]$, le minimum est 0 (pour $x=0$) et le maximum est 25 (pour $x=5$)
3. réponse c : en traçant la courbe représentative de la fonction f sur $]0;+\infty[$
4. réponse a : la fonction inverse $\left(x\mapsto\frac{1}{x}\right)$ est décroissante sur $]0;+\infty[$

VRAI ou FAUX C

1. faux : f est décroissante (d_1 descend)
2. vrai : d_2 est au-dessus de l'axe des abscisses pour $x\geq 2$
3. vrai : les droites se coupent en $x=1$
4. faux : $f(1)=-1$
5. faux : $f(x)=-2x+1$
6. vrai

VRAI ou FAUX D

1. faux : $f(3)=-3^2+5=-9+5=-4$
2. vrai
3. vrai
4. faux : f est décroissante sur $[0;+\infty[$
5. faux : $g(2)=3$
6. vrai : $f\left(\sqrt{3}\right)=g\left(\sqrt{3}\right)=2$ et $f\left(-\sqrt{3}\right)=g\left(-\sqrt{3}\right)=2$

VRAI ou FAUX E

1. vrai : somme de 1 et de $\frac{1}{x}$ qui est strictement positif lorsque $x\in]0;+\infty[$
2. vrai : avec la courbe représentative
3. faux : h est décroissante sur $]0;+\infty[$; donc $h\left(\sqrt{2}\right)>h\left(\sqrt{3}\right)$
4. vrai : h est décroissante sur $]0;1]$; donc $h(x)\geq h(1)$ et $h(1)=2$
5. faux
6. vrai : $\frac{1}{x}>0$ pour tout $x\in]0;+\infty[$; donc $1+\frac{1}{x}>1$

QCM A

1. réponse a
2. réponse c
3. réponse a

QCM B

On développe la forme factorisée : $f(x)=x^2-7x+10$

1. réponse c
2. réponse b : graphiquement (calculatrice)
3. réponse b : f admet un minimum (car $a>0$) égal à $\beta=f(\alpha)=f(3,5)=-2,25$

VRAI ou FAUX C

1. vrai : en développant, on obtient : x^2+2x-2
2. faux : en développant, on obtient : $9x^2-1-(9x^2+6x+1)=-6x-2$ (fonction affine)
3. faux : $a=3>0$: la fonction admet un minimum
4. vrai : $a=3>0$ et $\alpha=1$: la fonction est décroissante sur $]-\infty;1]$ donc sur $]-\infty;-1]$
5. faux : $a=-2<0$ et $\alpha=3$: la fonction admet un maximum pour $x=3$
6. vrai

II. Expressions algébriques, équations et inéquations

QCM

1. réponse c : avec l'identité remarquable (a-b)²=a²-2ab+b²
2. réponse a : facteur commun (x-2)
3. réponse c : $3-\dfrac{x+1}{x-2}=\dfrac{3(x-2)}{x-2}-\dfrac{x+1}{x-2}=\dfrac{3(x-2)-(x+1)}{x-2}=\dfrac{3x-6-x-1}{x-2}=\dfrac{2x-7}{x-2}$
4. réponse c : en développant chacune des expressions
5. réponse c : en testant les nombres proposés
6. réponse b : $\dfrac{2x-3}{x-2}=0\Leftrightarrow 2x-3=0$ et $x-2\neq 0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ et $x\neq 2$
7. réponse a : x est le poids du bouchon et y le poids de la bouteille
   $\begin{cases}x+y=110\\ y=x+100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+(x+100)=110\\ y=x+100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=10\\ y=x+100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\ y=105\end{cases}$
8. réponse b

N°16

$A(x)=2x^2-9x-2$

$B(x)=16x^2-40x+25$

$C(x)=2x^2+4x-6$

$D(x)=-2x^2-7x+13$

$E(x)=13x^2+23x+10$

$F(x)=3x^2+16x+1$

N°19

$A(x)=(2x+3)(x-7)+(2x+3)(-4x+5)$

$A(x)=(2x+3)(x-7-4x+5)$

$A(x)=(2x+3)(-3x-2)$

$B(x)=(x-1)(2x+4)-(x-1)(x+5)+2(x-1)$

$B(x)=(x-1)[2x+4-(x+5)+2]$

$B(x)=(x-1)(2x+4-x-5+2)$

$B(x)=(x-1)(x+1)$

$C(x)=(3x+1)^2+(3x+1)(2x-4)$

$C(x)=(3x+1)(3x+1+2x-4)$

$C(x)=(3x+1)(5x-3)$

$D(x)=(5x+3)(4x-2)+2(5x+3)(-x+3)$

$D(x)=(5x+3)[4x-2+2(-x+3)]$

$D(x)=(5x+3)(4x-2-2x+6)$

$D(x)=(5x+3)(2x+4)$

$E(x)=(x+3)^2-3(x+3)(-2x+4)$

$E(x)=(x+3)[x+3-3(-2x+4)]$

$E(x)=(x+3)(x+3+6x-12)$

$E(x)=(x+3)(7x-9)$

N°20

$F(x)=(2x-1)^2$: identité remarquable $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ avec $a=2x$ et $b=1$

$G(x)=(3x-13)(3x+13)$: identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ avec $a=3x$ et $b=13$

$H(x)=(2x+4)^2$: identité remarquable $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ avec $a=2x$ et $b=4$

$I(x)=(2x-1)(2x+3)$: identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ avec $a=2x+1$ et $b=2$

$J(x)=(3x-1)(3x+7)$: identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ avec $a=3(x+1)=3x+3$ et $b=4$

QCM A

1. réponse b
2. réponse b
3. réponse c : en testant
4. réponse b : avec un tableau de signes pour étudier le signe du produit $(x-3)(4-2x)$
5. réponse c : avec un tableau de signes pour étudier le signe du quotient $\dfrac{1,5-x}{4+x}$
6. réponse c : la somme d'un carré (x² est positif) et de 1 est toujours strictement positive
7. réponse c : en testant ou équation $3(11+x) \geq 45+x$ où *x* est le nombre d'années

III. Probabilités

QCM A

1. réponses a et c : $A=\{2;4;6\}$ et $P(A)=0,1+0,25+0,1=0,45$
2. réponse c : $B=\{1;2;3;6\}$ et $p(B)=0,1+0,1+0,3+0,1=0,6>0,5$
3. réponses a et c : $C=\{1;2\}$ et $p(C)=0,1+0,1=0,2$

QCM B

$A=\{(R_1;R_2);(R_1;R_3);(R_2;R_1);(R_2;R_3);(R_3;R_1);(R_3;R_2)\}$

$B=\{(R_1;R_2);(R_1;R_3);(R_1;V_1);(R_1;V_2);(V_1;R_1);(V_1;R_2);(V_1;R_3);(V_1;V_2)\}$

1. réponse c : 5 issues pour le 1ère boule et 4 issues pour la 2nde boule ($5\times4=20$)
2. réponses b et c : $P(A)=\dfrac{\text{nb éléments de A}}{\text{nb total éléments}}=\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}$
3. réponses b, c et d : $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\dfrac{8}{20}=0,6$; B contient 8 issues donc $\overline{B}$ contient 12 issues
4. réponse a

VRAI ou FAUX C

A « obtenir un carreau » contient 8 issues ; B « obtenir une dame » contient 4 issues

1. faux : A et B ont en commun la dame de carreau (intersection non vide)
2. vrai
3. vrai : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{8}{32}+\dfrac{4}{32}-\dfrac{1}{32}=\dfrac{11}{32}$
4. faux : $P(\overline{A})=1-P(A)=1-\dfrac{8}{32}=\dfrac{3}{4}$

VRAI ou FAUX D

1. vrai : situation d'équiprobabilité
2. vrai
3. vrai : $S=\{(1;3);(2;2);(3;1)\}$ et $P(S)=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

IV. Géométrie

1) Repérage

QCM A

1. réponse b : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(2-(-1))^2+(1-0)^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$
2. réponse a : $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{-1+2}{2}=\dfrac{1}{2}$ et $y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{0+1}{2}=\dfrac{1}{2}$
3. réponse b : si A' symétrique de A par rapport à B alors B milieu de [AA']

$$x_B=\frac{x_A+x_{A'}}{2}\Leftrightarrow 2=\frac{-1+x_{A'}}{2}\Leftrightarrow 2\times2=-1+x_{A'}\Leftrightarrow 4+1=x_{A'}\Leftrightarrow x_{A'}=5$$

$$y_B=\frac{y_A+y_{A'}}{2}\Leftrightarrow 1=\frac{0+y_{A'}}{2}\Leftrightarrow 2\times1=y_{A'}\Leftrightarrow y_{A'}=2$$

4. réponse b
5. réponse c
6. réponse c

VRAI ou FAUX B

1. faux : la formule s'applique uniquement lorsque le repère est orthonormé
2. vrai
3. vrai : $I(1;0)$; $J(0;1)$ et formule du milieu
4. faux : $IJ=\sqrt{(x_J-x_I)^2+(y_J-y_I)^2}=\sqrt{(1-0)^2+(0-1)^2}=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$
5. faux : I est sur la médiatrice de [AB]
6. vrai : dans le repère (F,G,E), on a : $F(0;0)$, $G(1;0)$ et $E(0,1)$
7. faux : le symétrique de I par rapport à J a pour coordonnées $(-1;2)$
8. faux : c'est le repère (A,B,D) qui est orthonormé
9. faux : dans le repère (A,B,D), on a : $A(0;0)$, $B(1;0)$ et $D(0,1)$; d'où $C(1;1)$

VRAI ou FAUX C

1. vrai : formule du milieu
2. faux :
   DO = DA (à calculer) ; donc O appartient au cercle de diamètre [AB] et O est sur l'axe des abscisses
3. vrai : O appartient au cercle et (OC) est perpendiculaire à (OD) ($OD^2+OC^2=DC^2$)

2) Equations de droites

QCM A

Attention aux unités sur les axes (repère non orthonormé)

1. réponse c
2. réponse b
3. réponse b

QCM B

1. réponse c : on remplace et on teste
2. réponse b : on résout le système

$$\begin{cases}y=2x+7\\y=-x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x+7\\2x+7=-x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x+7\\x=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\times(-1)+7=5\\x=-1\end{cases}\Leftrightarrow N(-1;5)$$

3. réponse a : on résout le système

$$\begin{cases}2x+y=7\\-3x+2y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=7-2x\\-3x+2(7-2x)=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=7-2x\\-7x=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=7-2x\\x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=7-2\times1=5\\x=1\end{cases}$$

VRAI ou FAUX C

1. vrai : les droites (AB) et (CD) ont le même coefficient directeur

$$m_{(AB)}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{2-(-3)}{-2-3}=-1 \quad \text{et} \quad m_{(CD)}=\frac{y_C-y_D}{x_C-x_D}=\frac{0-4}{2-(-2)}=-1$$

2. vrai : la droite (AD) est parallèle à l'axe des ordonnées car les abscisses de A et D sont égales alors que la droite (BC) est sécante avec l'axe des ordonnées
3. faux : les côtés [AD] et [BC] ne sont pas parallèles
4. vrai : les côtés [AB] et [CD] sont parallèles

VRAI ou FAUX D

1. faux : les coefficients directeurs de (AB) et (AC) ne sont pas égaux

$$m_{(AB)}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{1-(-1)}{3-(-1)}=\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad m_{(AC)}=\frac{y_A-y_C}{x_A-x_C}=\frac{1-3{,}5}{3-7{,}5}=\frac{5}{9}$$

2. vrai : les coefficients directeurs de (AB) et (AI) sont égaux

$$m_{(AB)}=\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad m_{(AI)}=\frac{y_A-y_I}{x_A-x_I}=\frac{1-0}{3-1}=\frac{1}{2}$$

3. vrai : les trois points appartiennent à la droite d'équation $x=3$ (parallèle à l'axe des ordonnées)
4. vrai : les coefficients directeurs de (DI) et (DJ) sont égaux

$$m_{(DI)}=\frac{y_D-y_I}{x_D-x_I}=\frac{-2-0}{3-1}=-1 \quad \text{et} \quad m_{(DJ)}=\frac{y_D-y_J}{x_D-x_J}=\frac{-2-1}{3-0}=-1$$

3) Vecteurs

QCM A

1. réponse c : les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu
2. réponse b : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}$ d'après la relation de Chasles

$\Leftrightarrow$ F et C sont confondus

3. réponse b : E image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$ équivaut à BDEA parallélogramme

BDEA parallélogramme $\Leftrightarrow$ ABDE parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{ED}$

Or ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. Donc $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DC}$

QCM B

1. réponse c : coordonnées du milieu
2. réponse b : $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C-x_B \\ y_C-y_B \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1-3 \\ -2-1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$
3. réponse b : $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M-1 \\ y_M-2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$; d'où $\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} \frac{-4}{3} \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow \begin{cases} x_M-1=\frac{-4}{3} \\ y_M-2=-1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x_M=\frac{-4}{3}+1=-\frac{1}{3} \\ y_M=-1+2=1 \end{cases}\Leftrightarrow M\left(-\frac{1}{3};1\right)$$

VRAI ou FAUX C

I milieu de [BD] a pour coordonnées $I(0;3)$; E milieu de [CD] a pour coordonnées $E(0;2)$

1. faux : $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $2\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2\times 2 \\ 2\times 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$
2. vrai : $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; d'où $0,5\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 0,5\times 0 \\ 0,5\times(-2) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
3. vrai : $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$; d'où $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

On voit que $\overrightarrow{BD}=2\left(\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{AI}\right)$; donc les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires

4. vrai : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\times(-2) \\ \frac{1}{2}\times(-3) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ \frac{-3}{2} \end{pmatrix}$; d'où $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$

On voit que $\overrightarrow{AC}=2\left(\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)$; donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires

5. faux : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ne sont pas égaux
6. vrai : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

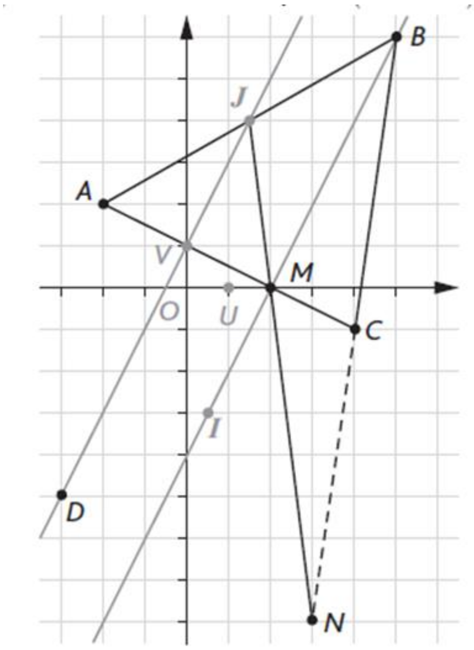
VRAI ou FAUX D

1. vrai : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$; les vecteurs sont colinéaires car $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{BD}$
2. faux : $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$; c'est l'ordonnée de $\overrightarrow{DE}$ qui est nulle
3. faux : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{CE}$ donc ABEC n'est pas un parallélogramme
4. vrai : $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$; les vecteurs sont colinéaires car $\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{CD}$;

   donc les droites (EB) et (CD) sont parallèles

Exercice 106

1.



2. $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$
3. $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix}4-x_M\\-1-y_M\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MC}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}4-x_M=\dfrac{1}{3}\times6\\-1-y_M=\dfrac{1}{3}\times(-3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-2=x_M\\-1+1=y_M\end{cases}\Leftrightarrow M(2;0)$
4. ABCD parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}4-x_D\\-1-y_D\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}7=4-x_D\\4=-1-y_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=4-7\\y_D=-1-4\end{cases}\Leftrightarrow D(-3;-5)$
5. Avec la formule du milieu : $I(0,5;-3)$

   $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}1,5\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix}4,5\\9\end{pmatrix}$ sont colinéaires (car $\overrightarrow{IB}=3\overrightarrow{IM}$) ; donc les points I, M et B sont alignés
6. Avec la formule du milieu : $J(1,5;4)$

   $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}4,5\\9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix}-4,5\\-9\end{pmatrix}$ sont colinéaires (car $\overrightarrow{DJ}=-\overrightarrow{BI}$) ; donc (DJ) et (BI) sont parallèles
7. $\overrightarrow{JN}\begin{pmatrix}x_N-1,5\\y_N-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{JM}\begin{pmatrix}0,5\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{JN}=3\overrightarrow{JM}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N-1,5=3\times0,5\\y_N-4=3\times(-4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=1,5+1,5\\y_N=-12+4\end{cases}\Leftrightarrow N(3;-8)$

   $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\-7\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BN}\begin{pmatrix}-2\\-14\end{pmatrix}$ sont colinéaires (car $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{BC}$) ; donc les points B, C et N sont alignés